

高次統計量を用いた高速ブラインド等化器 Fast Blind Equalizer with Higher-Order Statistics

武山 尚生¹ 三次 仁¹
Naota Takeyama Jin Mitsugi

概要

本稿は無線通信において送受信器が利用する変調符号化方式をあらかじめ共有しておくことに着目し、受信シンボルの統計的な特性を送信シンボルと合致させることによって高速等化器を実現する方法を提案する。従来、この方針による等化器は収束計算に数百から数千の繰り返し計算が必要であり、実用に使いづらいことが問題とされてきた。本稿では、無線通信の変調方式から導いた無次元損失関数を用いることと、収束計算における確率的勾配降下法とニュートン法を動的に切り替えるアルゴリズムを採用することで、数十回の繰り返しで高速に収束可能であることを数値シミュレーションによって明らかにする。

1. はじめに

無線通信では無線伝搬チャネルの特性によって生じるシンボル間干渉が通信のスループットや誤り特性に影響を与える。この問題への対策として等化器 (Equalizer) が多く提案されてきた。

等化器は伝搬経路によるシンボルの歪みを修正する適応フィルタである。適応フィルタの係数をチューニングするためには送信器と受信器双方で既知のパイロット信号を定期的に送信し、受信側で観測したパイロット信号の歪みを最小化する Zero-Force 等化器や MLSE 等化器、これらに復調・復号による Decision Feedback を組み合わせた DF 等化器が提案されている [1]。無線伝搬チャネル特性を推定するためのパイロット信号のオーバーヘッドへの懸念に加えて現実の無線通信では、等化器が機能しない状態から、等化のための特定パターン部分を切り出すことがそもそも難しいことに着目し、特定パターンの規範信号を用いず、さらには伝搬特性の特定なしに直接等化を行うダイレクトブラインド手法が提案されてきた [2], [3]。

Godard [4] や Sato [5] らが提案した手法群は送信シンボルの統計的特徴は、等化後の受信信号で再現される、というわかりやすい指標を前提としており、原理的に有効と考えられる。しかしながら代表的には受信シンボルが IQ 平面上で一定の半径となる Constant Modulus Algorithm (CMA) などの損失関数をベースとしているため、十分に受信信号の統計的特性を活かしていないと思われること、また等化器係数の漸近方法として確率的勾配降下法 (Stochastic Gradient Descent: SGD) を用いているため、収束に至るまで数百〜数千回の収束計算が必要となる点が問題とされてきた [6]。解析的に導くことができるヘッセ行列を利用したニュートン法など高速アルゴリズムを適用せず、収束の悪い SGD を使わねばならなかった理由はヘッセ行列が特異或いは不定値となる [7] ことも関係していると著者らは考えている。

CMA の最適化を行う場合、評価関数のヘッセ行列が不定値或いは特異となるため、Newton 法を用いた最適化が行えない。MLM (Modified Levenberg–Marquardt method) [8] は、ヘッセ行列のヤコビアンによる近似値 $\mathcal{H} = J^T J$ が不定値となった場合でも、非線形最小二乗法を解くことができるアルゴリズムである。Gauss-Newton 法は二次収束するアルゴリズムであるものの、近似した関数が非凸になった場合に解が発散、或いは解の更新が鞍点で停留することがある。Levenberg–Marquardt 法は、Gauss-Newton 法の欠点である、ヘッセ行列の近似値が不定値になる問題に対して、Gauss-Newton 法と SGD を組み合わせて最適化を行い、関数の凸性に応じて両者の最適化方法を動的に切り替える。MLM は、収束性を持たない欠点を持つ Levenberg–Marquardt 法を、一定の条件下で二次収束するように改良を加えたアルゴリズムである。従って、MLM は非凸な非線形最適化問題である CMA の最適化に有用であると考えられる。

CMA の評価関数におけるヘッセ行列が特異、或いは不定値になる問題に対して、本研究では元信号と受信波のシンボルの高次統計量間で変調方式に応じた一定の関係を有することを利用した新しい評価関数の導入、及び MLM による最適化をダイレクトブラインド等化器に適用し、従来に比して 10 倍以上の高速化が実現できることを示す。

本稿は、第 2 章で提案手法の概要を説明し、第 3 章で計算機シミュレーションによる評価について述べる。その後、第 4 章で結論を述べる。

2. 提案手法の概要

2.1 システムモデル

本稿では未知のチャネルで畳み込みされたチャネル特性を、等化器出力 x の統計特性が送信信号 s の統計信号に合致するように、復調器の前に配置した等化器における係数 w を調整する (図 1)。

現実の無線通信回路では、送信側の波形整形フィルタや、受信側で整合フィルタなどが配置されるが、本検討の定式化では省略している。

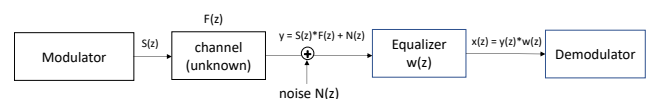


図 1 本研究における等化器の位置づけ

2.2 尖度による評価関数の構成

送信シンボルの統計量は、変調方式が既知である場合、相互に特定の関係を有する。BPSK や QPSK などの位相変

¹ 慶應義塾大学環境情報学部

調でシンボルがランダムに均等に発生する場合、I 軸或いは Q 軸方向の位置におけるサンプル値分布 $p(\zeta)$ は、ガウス積分により、

$$p(\zeta) = \frac{\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad (1)$$

である。この分布で様々な SNR における元信号の尖度 (四次統計量 $-3x$ 偏差) を計算すると図 1 に示すように SNR の良い状況では偏差の 1.5 倍に漸近する。

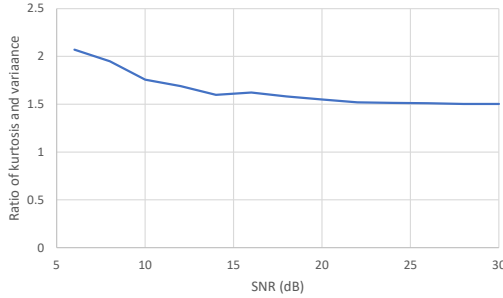


図 2 四次統計量と偏差の比率

これは受信波の四次統計量は各信号が iid 系列に従い、正規分布に従う場合に偏差の 3 倍となり、尖度がゼロになること、非ガウス性が優ガウスと劣ガウスの 2 方向にあることだと考えられる。

本アルゴリズムでは、受信波と元信号間の四次統計量と偏差の比率の自乗誤差を評価関数とし、四次統計量と偏差の比率が受信波と元信号で等しくなるように最適化を行う。従って、評価関数は以下のように表せる。

$$L(w) = \frac{1}{8} \left| \frac{E[|x(n)|^4]}{(E[|x(n)|^2])^2} - K_s \right|^2 \quad (2)$$

元信号の四次統計量と偏差の比率 K_s は以下の通りである。

$$K_s = \frac{E[|s(n)|^4]}{(E[|s(n)|^2])^2} \quad (3)$$

式 (2) は w に対して非線形であるため、閉形式での解を得ることができない。従って、評価関数を最小化する w を探索する必要がある。

SGD を用いる場合、更新式は以下の通りである。

$$w(n+1) = w(n) - \alpha \nabla L(w) \quad (4)$$

但し α は更新率を表す。 $\nabla L(w)$ は以下の通りである。

$$\frac{\partial L(w)}{\partial w} = J(n) \left(\frac{E[x^3(n)]}{(E[|x(n)|^2])^2} - \frac{E[|x(n)|^4]E[x(n)]}{(E[|x(n)|^2])^3} \right) y(n) \quad (5)$$

通常、 $\nabla L(w)$ は真の分布から求めることが出来ないため、等化器出力 $x(n)$ からサンプリングを行い、期待値から近似的に求めることとする。

2.3 MLM による最適化

MLM による最適化を行う場合、更新式は以下のように表される。

$$w(n+1) = w(n) - (\mathcal{H} + \lambda I)^{-1} \nabla L(w) \quad (6)$$

但し \mathcal{H} を評価関数のヘッセ行列、 λ を正規化パラメータとする。 \mathcal{H} の各要素は以下のように計算される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 L(w)}{\partial w_k \partial w_l} = & \left(\frac{E[x^3(n)]}{(E[|x(n)|^2])^2} - \frac{E[|x(n)|^4]E[x(n)]}{(E[|x(n)|^2])^3} \right)^2 y_k y_l \\ & + L(w) \left(\frac{3E[x^2(n)]}{(E[|x(n)|^2])^2} - \frac{8E[x^4(n)]}{(E[|x(n)|^2])^3} \right. \\ & \left. - \frac{E[|x(n)|^4]}{(E[|x(n)|^2])^3} + \frac{6E[|x(n)|^4]E[x^2(n)]}{(E[|x(n)|^2])^4} \right) y_k y_l \quad (7) \end{aligned}$$

また、正規化パラメータ λ は以下のように更新を行う。

$$r = \frac{L(w(n)) - L(w(n+1))}{\Delta w^T \nabla L(w)} \quad (8)$$

$$u = \max(2, \min(2-r, 10)) \quad (9)$$

$$\lambda \leftarrow \begin{cases} \lambda & \text{if } r \geq 0.75 \\ \frac{\lambda}{2} & \text{if } 0.75 > r > 0.25 \\ u\lambda & \text{if } 0.25 > r > 0 \end{cases} \quad (10)$$

但し、 $\Delta w = (\mathcal{H} + \lambda I)^{-1} \nabla L(w)$ である。また、 $r \leq 0$ の場合は w を更新せず、 $r > 0$ となるまで反復計算を行う。 λ の臨界値 λ_c は以下のように設定する。

$$\lambda_c = \frac{1}{\text{tr}(\mathcal{H}^{-1})} \quad (11)$$

$\lambda_c > \lambda$ が成り立つ時、 λ を以下のように更新する。

$$\lambda \leftarrow \begin{cases} 0 & \text{if } r \geq 0.75 \\ u\lambda & \text{if } 0.25 > r \end{cases} \quad (12)$$

以上の計算を、評価関数が収束するまで繰り返す。

3. 計算機シミュレーション

3.1 シミュレーションの概要

CMA を用いた等化器による信号の復調において、SGD と MLM での性能及び収束性に関する比較を行った。元信号は長さ 10 万の bit 列を BPSK と Raised Cosine Transmit Filter を用いて変調した。 Raised Cosine Transmit Filter のオーバーサンプリングレートは 8 とした。受信波は、元信号を FIR フィルタ $h(n)$ で畳み込みを行い、AWGN (Additive white Gaussian noise) をそれぞれ S/N 比が 0, 3, 6, 9, 12, 15 (dB) となるように受信波に加えた。 h は 40 次元の縦ベクトルで、 $h(1) = 1, h(8) = 0.6, h(16) = -0.3$, その他の要素が 0 である。受信波を等化器によって復調し、 Raised Cosine Receive Filter を用いたのち、実数部の正負から元の bit 列を予測し

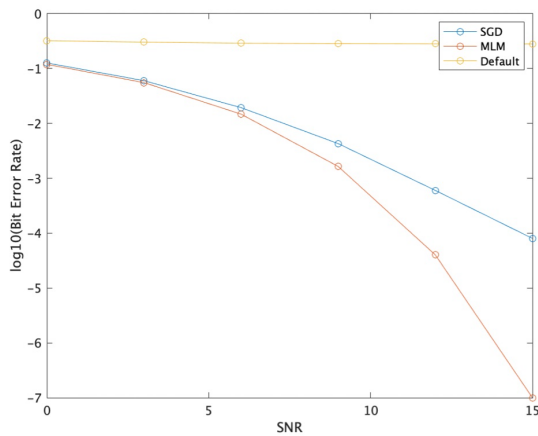


図3 SNRに対するBER特性

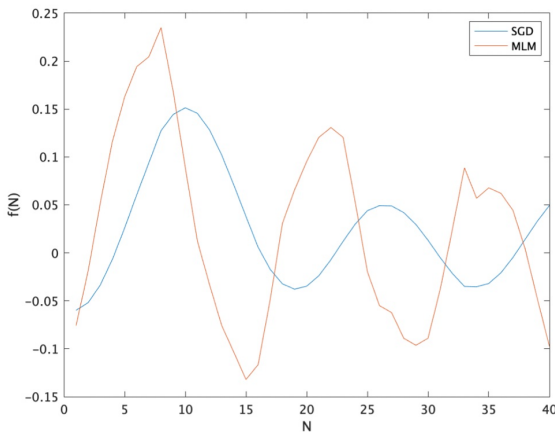


図4 フィルタ係数の比較

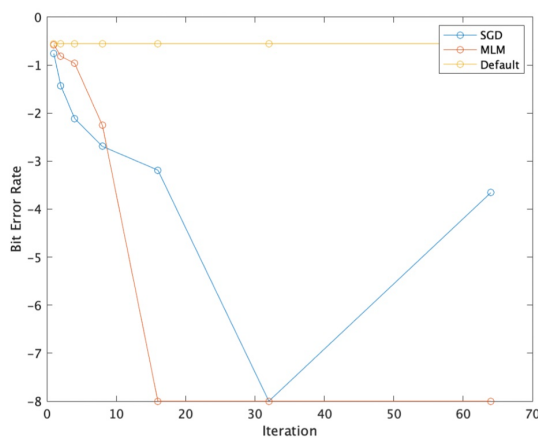


図5 反復回数に対する収束特性

た. 等化器のイテレーションは 100 回とし, λ の初期値を 1000, SGDの更新率を 0.01 とした. 性能指標は, Bit Error Rate (BER)を用いた.

計算資源は, macOS Big Sur (Version: 11.4) の MacBook Pro 上でを行い, プロセッサは 2 GHz クアッドコア Intel Core i5 を使用した. 実行環境は MATLAB (Version: R2020b Update 3 9.9.0.1538559) を使用した.

3.2 BER 特性

図 3 に SNR に対する各アルゴリズムの反復計算を 100 回行った時の BER を示す. 縦軸は BER の常用対数, 横軸は SNR (dB) である. また, Default は等化前の BER である.

SNR が低い環境下では, 同じ反復回数における MLM と SGD の BER がほぼ同じ値となった. 一方で, SNR が 12 を超える環境下では, MLM の誤り率は SGD の 10 分の 1 以下に改善された.

MLM の性能が高 SNR 環境下で上昇する原因として, MLM は評価関数の非線形性に応じて λ の大きさを変えて, SGD に漸近させていることが考えられる. λ が大きくなった時, MLM は SGD に漸近し, λ が 0 となった時に Newton 法による最適化が行われる性質がある. 評価関数に用いた四次統計量と偏差との比は, 受信波に AWGN が加わることで, 予測値が真の値から外れる. よって, 低 SNR 環境では 評価関数の更新が行われる頻度が低下し, 式 (6) における λ が増大することによって, SGD に近い最適化が行われる. また, SNR が上昇するに従って, 四次統計量と偏差との比の予測値が真の値に近付き, Newton 法による最適化が行われると考えられる.

3.3 フィルタ係数の比較

図 4 に, 反復計算を 100 回行った時の等化器のフィルタ係数を示した. 縦軸がフィルタ係数, 横軸がタップ数を示す.

MLM と SGD でフィルタ係数を比較した結果, フィルタ係数が波状となって指数減衰する傾向は両方のアルゴリズムで確認できた. しかし, 両方で波長や位相が異なっているという特徴がある. また, MLM は SGD に対して, 波形が一部歪んでいるほか, フィルタ係数の振幅が SGD よりも大きい値となった. 一方で, 両方のアルゴリズムにおいて十分に BER が低下していることから, 位相や波長の異なる最適な等化器のフィルタ係数が, 複数存在することが考えられる.

3.4 収束特性

図 5 に SNR が 15dB の環境下で, 各アルゴリズムの反復を p 回行った時の BER を示した. 縦軸は BER の常用対数, 横軸は反復回数である. また, Default は等化前の BER である. 反復回数が少ない状態では SGD による BER が低い一方, 十数回程度の反復計算で MLM の精度が向上し, 最終的に MLM の BER は 0 となった. SGD は 32 回の反復で BER が 0 に達したものの, 64 回の反復では BER が 0 にならなかった.

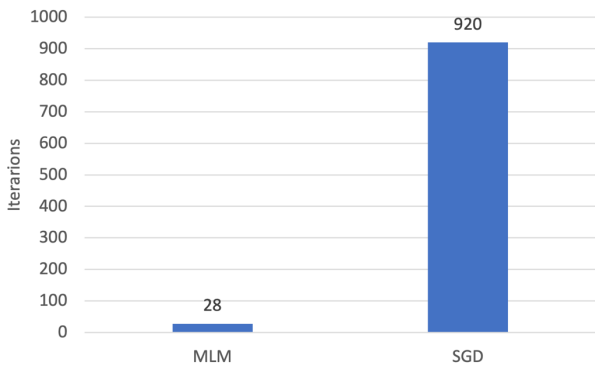


図6 収束に要した反復計算の回数

また、図6にSNRが15dBかつ、収束判定を評価関数の更新幅の絶対値が $1e-06$ 未満とした時に、収束に要した反復計算の回数を示した。SGDは920回の反復計算で収束したのに対し、MLMは28回で収束した。

SGDのBER性能が反復計算を経ても安定しない理由として、SGDの収束がMLMに対して遅く、停留点付近で振動してしまうことが考えられる。SGDは収束に多くの反復計算を要するものの、比較的早い段階でBERが十分に低下する。一方で、MLMは数十回程度の反復計算で収束する。そのため、MLMは加速度的に評価関数の停留点へと収束するのに対し、SGDは w の反復解が停留点付近で振動していると考えられる。SGDの欠点として収束が遅い他に、更新率に反復解が大きく左右されることが挙げられ、停留点付近での解の振動を防ぐには、更新率を反復回数に応じて自動調整するなどの方法を取る必要がある。

4. 結論

ブライドダイレクト等化の代表的な手法であるCMAは受信シンボルの統計量を送信シンボルのそれに合致させる原理を用いており、有効な手法であるが、従来の収束計算は評価関数の勾配のみを用いた手法であるため、安定ではあるものの、収束が遅く実用に使いづらい。この問題に対してヘッセ行列を用いることで高速化が図れると考えがちであるが、評価関数の特性からヘッセ行列の特異性が問題となり、そのままでは適用できない。このヘッセ行列が不定値となり、Newton法が適用できなかった問題に対して、MLMを用いSGDとNewton法を自動適応させつつ最適化を行うことで、関数の非線形性が低い場合には高速な等化が可能である。

謝辞

本研究開発は、総務省「電波資源拡大のための研究開発(JPJ000254)」によって実施した成果を含みます。

参考文献

- [1]. Goldsmith, A. "Wireless Communications", Section 11, Cambridge Press, (2013), pp.351-373.
- [2]. Xiaohua Li and H. Fan, "Direct estimation of blind zero-forcing equalizers based on second-order statistics," in IEEE Transactions

on Signal Processing, vol. 48, no. 8, pp. 2211-2218, Aug. 2000, doi: 10.1109/78.852002.

- [3]. 佐藤洋一, "線形等化理論", 第5章, 第6章, 丸善, (1990).
- [4]. D. Godard, "Self-Recovering Equalization and Carrier Tracking in Two-Dimensional Data Communication Systems," in IEEE Transactions on Communications, vol. 28, no. 11, pp. 1867-1875, November 1980, doi: 10.1109/TCOM.1980.1094608.
- [5]. Y. Sato, "A Method of Self-Recovering Equalization for Multilevel Amplitude-Modulation Systems," in IEEE Transactions on Communications, vol. 23, no. 6, pp. 679-682, June 1975, doi: 10.1109/TCOM.1975.1092854.
- [6]. Z. Ding, R. A. Kennedy, B. D. O. Anderson and C. R. Johnson, "Ill-convergence of Godard blind equalizers in data communication systems," in IEEE Transactions on Communications, vol. 39, no. 9, pp. 1313-1327, Sept. 1991, doi: 10.1109/26.99137.
- [7]. Wen-Jun Zeng, X. Li and X. Zhang, "Adaptive Newton algorithms for blind equalization using the generalized constant modulus criterion," 2009 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, 2009, pp. 2805-2808.
- [8]. Fan, Jin-yan. "A MODIFIED LEVENBERG-MARQUARDT ALGORITHM FOR SINGULAR SYSTEM OF NONLINEAR EQUATIONS." Journal of Computational Mathematics, vol. 21, no. 5, 2003, pp. 625-636.